

Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2013/2014
AM110 - Analisi Matematica 1- Tutorato IX

DOCENTE: PROF. PIERPAOLO ESPOSITO

TUTORI: A. MAZZOCOLI, M. NANNI

ESERCIZIO 1. Si dimostri, applicando i limiti notevoli visti a lezione che:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin x = 0 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \cos x = 1$$

e usare tali risultati per provare che:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \sin x = \sin x_0 \quad \lim_{x \rightarrow x_0} \cos x = \cos x_0$$

ESERCIZIO 2. Si dimostri applicando quanto visto per le successioni, che:

$$e^x \rightarrow +\infty, \quad x \rightarrow +\infty \quad e^x \rightarrow 0, \quad x \rightarrow -\infty$$

ESERCIZIO 3. Si dimostrino, applicando l'esercizio precedente e sapendo che $e^{\alpha_n} \rightarrow e^\alpha$ se $\alpha_n \rightarrow \alpha$, le seguenti:

$$\ln x \rightarrow +\infty, \quad x \rightarrow +\infty \quad \ln x \rightarrow -\infty \quad x \rightarrow 0^+$$

ESERCIZIO 4. Si calcolino i seguenti limiti.

$$\begin{aligned} \circ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 3x^2 + 4x}{x^5 - x} & \quad \circ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 3x}{2x^3 - x^2} & \quad \circ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x} \\ \circ \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{2+x^3} - \sqrt[3]{1+2x^2+x^3}) & \quad \circ \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{\sqrt{x} - \sqrt{5}} \end{aligned}$$

ESERCIZIO 5. Si calcolino i seguenti limiti, tenendo a mente i limiti notevoli visti a lezione.

$$\begin{aligned} \circ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3} & \quad \circ \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}} & \quad \circ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - \cos x)}{\ln x} & \quad \circ \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{|\sin x|}{x} \right)^x \\ \circ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \tan x} - \sqrt{1 - \tan x}}{\sin x} & \quad \circ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos \frac{\pi(1-x)}{2}}{x} \end{aligned}$$

ESERCIZIO 6. Studiare i limiti destro e sinistro delle seguenti funzioni nel punto richiesto. Per quali di esse i limiti sono uguali?

$$\begin{aligned} \circ f(x) = [\ln x], \quad x = e & \quad \circ g(x) = \frac{1}{x}, \quad x = 0 \\ h(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & x \leq 1 \\ -\ln x & x > 1 \end{cases} & \quad i(x) = \begin{cases} -\sqrt{|x|} & x \leq 0 \\ e^x & x > 0 \end{cases} \end{aligned}$$